

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianța 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $2(\sqrt{7}+1)-\sqrt{28}$ este natural.
- 5p 2. Calculați $f(1)+f(2)+\dots+f(10)$ pentru funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+1}=16$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulțimea $A=\{1,2,3,\dots,15\}$, acesta să fie multiplu de 7.
- 5p 5. Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC}=\vec{i}-\vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.
- 5p 6. Determinați $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ știind că $\frac{3\sin x-2\cos x}{\cos x}=1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det(A(2))$.
- 5p b) Arătați că $A(1)\cdot A(2)=5A(1)$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=0$.
2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m=3$, calculați $f(1)$.
- 5p b) Determinați numărul real m știind că restul împărțirii polinomului f la $X-2$ este egal cu 2.
- 5p c) Pentru $m=4$, arătați că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=1$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x\rightarrow+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{1}{2} \ln 2$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 x f'(x) dx$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $h:[0,1]\rightarrow\mathbb{R}$, $h(x)=\frac{1}{f(x)}$.