

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Barem de evaluare și de notare

Varianța 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(3-2i)=9-6i$ $2(5+3i)=10+6i$ $a=19 \in \mathbb{R}$	2p 2p 1p
2.	$f(1)+f(2)+\dots+f(10)=4 \cdot (1+2+\dots+10)-10=$ $=210$	3p 2p
3.	$2x=1+x$ Rezultă $x=1$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Se notează cu x prețul inițial $x+10\% \cdot x=2200$ Prețul înainte de scumpire este 2000 de lei	2p 3p
5.	$\frac{2}{1} = \frac{a+1}{4}$ $a=7$	3p 2p
6.	$3\sin x + \cos x = 4\sin x \Rightarrow \sin x = \cos x$ $x = \frac{\pi}{4}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D(2,3) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{vmatrix} =$ $=2$	2p 3p
b)	$D(a,b) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-1 & a^2-1 & 1 \\ b-1 & b^2-1 & 1 \end{vmatrix} =$ $= (a-1)(b-1) \begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ 1 & b+1 \end{vmatrix} =$ $= (a-1)(b-1)(b-a)$, pentru orice numere reale a și b	2p 2p 1p
c)	$A_{\Delta P_1 P_2 P_n} = \frac{1}{2} \cdot \Delta $, unde $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2^2 & 1 \\ n & n^2 & 1 \end{vmatrix} = (n-1)(n-2)$ $A_{\Delta P_1 P_2 P_n} = 1 \Leftrightarrow (n-1)(n-2) = 2 \Leftrightarrow n = 3$	2p 3p
2.a)	$f = X^3 - 4X^2 + 3X - 4$ $f(4) = 4^3 - 4 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 - 4 = 8$	2p 3p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = 4$ $x_1 + x_2 = x_3 \Rightarrow x_3 = 2$ $f(2) = 0 \Leftrightarrow m = -2$	1p 2p 2p

c)	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3m + 28$	2p
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3) \Rightarrow m = 0$	1p
	Dacă $m = 0$, atunci $f(3) = 0$, deci f se divide cu $X - 3$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\cos x + \frac{x^2}{2} \right)' = (\cos x)' + \left(\frac{x^2}{2} \right)' =$	2p
	$= -\sin x + 2 \cdot \frac{x}{2} = x - \sin x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$y - f(0) = f'(0)(x - 0)$	2p
	$f(0) = 1, f'(0) = 0$	2p
	Ecuația tangentei este $y = 1$	1p
c)	$f''(x) = -\cos x + 1 \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'$ este crescătoare pe $\mathbb{R}$	2p
	$f'(x) \leq 0$, pentru $x \in (-\infty, 0]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru $x \in [0, +\infty)$	2p
	$f(x) \geq f(0) \Rightarrow f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	1p
2.a)	$I_1 = \int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx =$	3p
	$= e - e^x \Big _0^1 = 1$	2p
b)	$I_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} e^x dx = x^{n+1} e^x \Big _0^1 - (n+1) \int_0^1 x^n e^x dx =$	3p
	$= e - (n+1) I_n \Rightarrow I_{n+1} + (n+1) I_n = e$	2p
c)	Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ și $x \in [0, 1]$, avem $1 \leq e^x \leq e$ și $x^n \geq 0 \Rightarrow x^n \leq x^n e^x \leq x^n e$	2p
	$\int_0^1 x^n dx \leq \int_0^1 x^n e^x dx \leq e \int_0^1 x^n dx \Rightarrow 1 \leq (n+1) I_n \leq e$	3p