

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $a = 3(3 - 2i) + 2(5 + 3i)$ este real.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$. Calculați $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x) = \log_2(1+x)$.
- 5p 4. După o scumpire cu 10% prețul unui produs este 2200 de lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = \vec{i} + 4\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, știind că $\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $D(2, 3) = 2$.
- 5p b) Verificați dacă $D(a, b) = (a-1)(b-1)(b-a)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P_n(n, n^2)$, unde n este un număr natural nenul. Determinați numărul natural n , $n \geq 3$, pentru care aria triunghiului $P_1P_2P_n$ este egală cu 1.
2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 4$, arătați că $f(4) = 8$.
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care rădăcinile polinomului f verifică relația $x_1 + x_2 = x_3$.
- 5p c) Dacă $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, arătați că f se divide cu $X - 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2}$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$.
- 5p a) Calculați I_1 .
- 5p b) Arătați că $I_{n+1} + (n+1)I_n = e$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Arătați că $1 \leq (n+1)I_n \leq e$, pentru orice număr natural nenul n .