

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianța 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $x = 2(1+i) - 2i$ este real.
- 5p 2. Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(5)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 5.
- 5p 5. Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.
- 5p 6. Se consideră $E(x) = \sin x + \cos \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Arătați că $A^2 - 6A = I_2$.
- 5p c) Determinați inversa matricei $B = A - 6I_2$.
2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă dată de $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$.
- 5p a) Calculați $2 * 2$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = \sqrt{12}$.
- 5p c) Arătați că numărul $\underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_{1 \text{ de } 8 \text{ ori}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 - 6x + 9)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Verificați dacă $f(x) + f''(x) = 2(f'(x) + e^x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați punctele de extrem ale funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+1}$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 (x+1) f(x) dx$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 x^2 f(x) dx + \int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{4}$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x)$.