

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Barem de evaluare și de notare

Variantă 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(\sqrt{3}-1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ $n = 4 \in \mathbb{N}$	3p 2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x+1 = 2x-1$ $x=2 \Rightarrow y=3$	2p 3p
3.	$6-x^2 = x \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$ $x = -3$ sau $x = 2$	3p 2p
4.	Numerele $\overline{abc}$ cu $a+b+c=2$ sunt 101, 110 și 200 $\Rightarrow$ 3 cazuri favorabile Numărul numerelor de 3 cifre este 900 $\Rightarrow$ 900 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{1}{300}$	2p 1p 2p
5.	Mijlocul segmentului AB este punctul $M(2,2)$ $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -1 \Rightarrow$ panta mediatoarei segmentului AB este egală cu 1 Ecuația mediatoarei segmentului AB este $y = x$	2p 2p 1p
6.	$\triangle ABC$ dreptunghic în $A \Rightarrow R = \frac{BC}{2}$ $R = 4$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p
b)	$\det(A(x)) = \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ x & -1 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 1 + x^2 + x - x + 1 =$ $= x^2 - 1$	3p 2p
c)	$(A(x))^{-1}$ este inversa lui $A(x) \Rightarrow A(x) \cdot (A(x))^{-1} = I_3 \Rightarrow \det(A(x)) \cdot \det((A(x))^{-1}) = 1$ $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \det(A(x)) \in \mathbb{Z}$ $(A(x))^{-1}$ are elementele numere întregi $\Rightarrow \det((A(x))^{-1}) \in \mathbb{Z}$ $\det(A(x)) = \pm 1 \Rightarrow x = 0$ care verifică cerința	1p 1p 1p 2p

2.a)	$2 \circ 3 = \sqrt{4 \cdot 9 + 4 + 9} =$ $= 7$	3p 2p
b)	$x \circ y = \sqrt{x^2(y^2 + 1) + y^2} = \sqrt{x^2(y^2 + 1) + (y^2 + 1) - 1} =$ $= \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1) - 1}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$	2p 3p
c)	$x \circ x \circ x = \sqrt{(x^2 + 1)^3 - 1}$ $\sqrt{(x^2 + 1)^3 - 1} = x \Rightarrow x = 0$, care verifică ecuația	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$g'(x) = 2x + 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ $g'(2) = 6$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2x - 2}{6x^2} =$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{6x} = \frac{1}{6}$	2p 3p
c)	$h: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = 2f(x) - g(x) \Rightarrow h'(x) = 2e^x - 2x - 2$ și $h''(x) = 2e^x - 2 \geq 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$ h' crescătoare $\Rightarrow h'(x) \geq h'(0) = 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$ h crescătoare $\Rightarrow h(x) \geq h(0) = 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$	2p 1p 2p
2.a)	$(x + 2)f(x) = x^2 + 4x + 5$ $\int_0^1 (x^2 + 4x + 5) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x \right) \Big _0^1 =$ $= \frac{22}{3}$	1p 2p 2p
b)	$F'(x) = \left(\frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x + 2) \right)' = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$, pentru orice $x \in (-2, +\infty)$ $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (-2, +\infty) \Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f	3p 2p
c)	$\int_{-1}^0 F(x) \cdot f(x) dx = \int_{-1}^0 F(x) \cdot F'(x) dx =$ $= \frac{F^2(x)}{2} \Big _{-1}^0 = \frac{F^2(0) - F^2(-1)}{2} = \frac{1}{2} \left(\ln^2 2 - \frac{9}{4} \right)$	2p 3p