

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Barem de evaluare și de notare

Varianța 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 6 = 6 \in \mathbb{N}$	2p 3p
2.	$f(0) = 1$ $(f \circ f)(0) = f(1) = 4$	2p 3p
3.	$x^2 + 1 = 5$ Rezultă $x = -2$ sau $x = 2$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Se notează cu x prețul inițial $\Rightarrow 20\% \cdot x = 200$ $x = 1000$, deci prețul după ieftinire este 800 de lei	2p 3p
5.	$\vec{u} = -\vec{v} \Rightarrow a - 1 = -2$ $a = -1$	3p 2p
6.	M mijlocul lui $(BC) \Rightarrow AM = \frac{BC}{2}$ $AM = 5$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$1 - 2 + 2 \cdot 1 = a$, $2 \cdot 1 - 2 = 0$ și $2 - 1 = 1$ $a = 1$	3p 2p
b)	Determinantul sistemului este $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} =$ $= 1 + 4 + 0 - 0 - 0 - 2 = 3$	2p 3p
c)	$x = 0$ $y = 0$ $z = -1$	2p 2p 1p
2.a)	$f = X^3 - X - 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 - 2 - 2 =$ $= 4$	3p 2p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 2$	2p 3p
c)	$k \in \mathbb{Z}$ este rădăcină a lui $f \Rightarrow k^3 - k + a = 0$ $a = -(k-1) \cdot k \cdot (k+1) \Rightarrow a$ este număr întreg multiplu de 6, deoarece este divizibil cu trei numere întregi consecutive	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{2}{x} + \ln x \right)' = 2 \left(\frac{1}{x} \right)' + \frac{1}{x} =$ $= -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-2}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	2p 3p
------	---	----------

b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ $f'(x) < 0$, pentru $x \in (0, 2)$ și $f'(x) > 0$, pentru $x \in (2, +\infty)$ Punctul de extrem este $x = 2$	2p 2p 1p
c)	$f''(x) = \left(\frac{x-2}{x^2}\right)' = \frac{1 \cdot x^2 - (x-2) \cdot 2x}{x^4} = \frac{4-x}{x^3}$ $x \in (0, 4) \Rightarrow 4-x > 0 \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow f$ este convexă pe intervalul $(0, 4)$	3p 2p
2.a)	$\int_2^4 (x-1) f(x) dx = \int_2^4 \frac{1}{x+1} dx =$ $= \ln(x+1) \Big _2^4 = \ln \frac{5}{3}$	2p 3p
b)	$\int_2^3 (x^3 - 1) \frac{1}{x^2 - 1} dx = \int_2^3 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx =$ $= \int_2^3 \left(x + \frac{1}{x+1}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln(x+1)\right) \Big _2^3 = \frac{5}{2} + \ln \frac{4}{3}$	2p 3p
c)	$\mathcal{A} = \int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 \frac{1}{x^2 - 1} dx =$ $= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x-1}{x+1}\right) \Big _2^3 = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$	2p 3p