

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică M_{șt-nat}

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $\sqrt{8} - 2(\sqrt{2} - 3)$ este natural.
- 5p 2. Calculați $(f \circ f)(0)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + 1) = \log_2 5$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 20% prețul unui produs scade cu 200 de lei. Calculați prețul produsului după ieftinire.
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = (a-1)\vec{i} + 4\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ sunt opuși.
- 5p 6. Calculați lungimea medianei din A în triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare
$$\begin{cases} x - y + 2z = a \\ 2x - y = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}$$
, unde a este un număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a știind că $(x, y, z) = (1, 2, 1)$ este soluție a sistemului.
- 5p b) Calculați determinantul matricei sistemului.
- 5p c) Rezolvați sistemul pentru $a = -2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - X + a$, unde a este număr întreg.
- 5p a) Pentru $a = -2$, calculați $f(2)$.
- 5p b) Arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Arătați că, dacă polinomul f are o rădăcină întreagă, atunci a este multiplu de 6.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați punctele de extrem ale funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0, 4)$.
2. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^4 (x-1) f(x) dx = \ln \frac{5}{3}$.
- 5p b) Calculați $\int_2^3 (x^3 - 1) f(x) dx$.
- 5p c) Arătați că aria suprafeței delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 2$ și $x = 3$, este egală cu $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.