

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianța 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $a = 3(2 + 5i) - 5(1 + 3i)$ este real.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție cu axa Ox a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 10x + 25$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 + x + 1) = \log_5(x + 2)$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10% prețul unui produs este 90 de lei. Calculați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta h de ecuație $y = x - 1$ și punctul $A(2, 2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin A și este paralelă cu h .
- 5p 6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB = 5$, $AC = 6$ și $BC = 7$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $A(2) + A(6) = 2A(4)$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $\det(A(x)) = 0$.
- 5p c) Determinați inversa matricei $A(2)$.
2. Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f = X^3 + X^2 + mX + m$, unde m este un număr real.
- 5p a) Arătați că f este divizibil cu $X + 1$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui m știind că $|x_1| = |x_2| = |x_3|$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $x \geq \ln x + 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x+1)(x-1)$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)} dx = \frac{7}{2}$.
- 5p b) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f știind că $F(1) = -1$.
- 5p c) Arătați că $\int_2^e \frac{f(x) \ln x}{x^2 - 1} dx = \frac{e^2}{4} - 2 \ln 2 + 1$.