

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $x = 3(1-i) + 3i$ este real.
- 5p** 2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+3} = 8$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 3)$, $B(3, 0)$ și $C(2, 5)$. Calculați lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- 5p** 6. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC , știind că $BC = 4$, $B = \frac{\pi}{6}$ și $C = \frac{\pi}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} x & 1-x \\ 1-x & x \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det(M(2))$.
- 5p** b) Verificați dacă $M(x) \cdot M(y) = M(2xy - x - y + 1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numărul real a astfel încât $M(a) \cdot M(x) = M(a)$, pentru orice număr real x .
2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă dată de $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.
- 5p** a) Calculați $0 \circ (-2)$.
- 5p** b) Arătați că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x \circ x = 6$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați punctele de extrem ale funcției f .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{x}$.
- 5p** a) Calculați $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$.
- 5p** b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x}$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x=1$ și $x=4$.