

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numerele reale a și b , știind că $a + ib$ este conjugatul numărului complex $z = \frac{1+i}{1-i}$.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x - 12$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 - 4) = \log_3(6x - 12)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 100.
- 5p 5. Se consideră punctele A , B și C astfel încât $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$. Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AC a triunghiului ABC , știind că $BC = 8$, $A = \frac{\pi}{4}$ și $C = \frac{7\pi}{12}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -x \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $A(x) + A(-x) = 2A(0)$, pentru orice număr real x .
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $\det(A(x)) = 0$.
- 5p c) Arătați că există o infinitate de matrice $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ care verifică relația $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 + mX + 1$, unde m este un număr real.
- 5p a) Calculați $f(-1)$.
- 5p b) Determinați numărul real m știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -1$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile complexe ale polinomului f .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^x dx$.
- 5p a) Calculați I_1 .
- 5p b) Arătați că $I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Demonstrați că $I_n = n! \left(e - 1 - \frac{1}{1!} - \dots - \frac{1}{n!} \right)$, pentru orice număr natural nenul n .