

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 2 + 3i$. Calculați z^2 .
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție cu axa Ox a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 9$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_9(x^2 + 5) = 1$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ și $C(0, 3)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p 6. Se consideră $E(x) = \cos x + \sin \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+1 & 1 \\ 1-a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(1))$.
- 5p b) Determinați numărul real a știind că $\det(A(a)) = 1$.
- 5p c) Determinați inversa matricei $A(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3x - 3y + 6$.
- 5p a) Calculați $1 \circ 2$.
- 5p b) Arătați că $x \circ y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-\infty, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-2}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
- 5p b) Arătați că $f'(x) = \frac{(1-x)e^{-x}}{(x-2)^2}$, $x \in (-\infty, 2)$.
- 5p c) Arătați că $f(x) \leq -\frac{1}{e}$ pentru orice $x \in (-\infty, 2)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (x+1) f(x) dx = 2 \ln 2 - 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e (f(x) + (x+1) f'(x)) dx = 1$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\ln x}{f(x)}$.