

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică $M_mate-info$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_1 = 6$ și $a_2 = 12$.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cifra 1.
- 5p 5. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB = 2$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului isoscel ABC știind că $A = \frac{\pi}{2}$ și $AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 8$.
- 5p b) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.
- 5p c) Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ știind că $A(1) \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Calculați $f(1)$.
- 5p b) Arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$.
- 5p c) Determinați numărul real m știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $f(x) \leq \frac{1}{e}$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{11}{6}$.
- 5p b) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)} dx$. Arătați că $I_{n+1} \leq I_n$ pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Determinați numărul real pozitiv a știind că $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)} dx = \ln 3$.