

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Variantă 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = 3 + 2(1 - i)$.
- 5p** 2. Arătați că $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23$ știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 10 = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3\}$.
- 5p** 5. Determinați numărul real a pentru care dreptele de ecuații $y = (a - 1)x + 1$ și $y = 2x - 3$ sunt paralele.
- 5p** 6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB = 3$, $AC = 4$ și $BC = 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Calculați $\det(A(2))$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(-x) = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Arătați că $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(n)) = \frac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ pentru orice număr natural nenul n .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4(x + y - 3) - xy$.
- 5p** a) Calculați $2 * 4$.
- 5p** b) Arătați că $x * y = 4 - (x - 4)(y - 4)$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x - x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow e} f(x) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $f'(x) = \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Arătați că $f(x) \geq 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 8x + 15}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^{2014} (x + 3)(x + 5) f(x) dx = 2014$.
- 5p** b) Arătați că $\int_{-1}^1 f(x) \cdot f'(x) dx = -\frac{1}{144}$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , $a > 0$ știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = a$, are aria egală cu $\frac{1}{2} \ln \frac{10}{9}$.