

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Variantă 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real x știind că numerele 2, 4 și $x+5$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p 2. Arătați că parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 4$ este situată deasupra axei Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2 - 1} = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 7.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 4)$ și $B(1, 2)$. Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{OM}$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calculați $\sin 2x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 \\ 0 & 4x+1 & 0 \\ 0 & 3x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + 4xy)$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x , $x \neq -\frac{1}{4}$, pentru care matricea $A(x)$ este egală cu inversa ei.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 - 4X + 2a$, unde a este număr real.
- 5p a) Calculați $f(0)$.
- 5p b) Determinați numărul real a știind că $1+i$ este rădăcină a polinomului f .
- 5p c) Pentru $a = 3$, arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -31$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$, $x \in (2, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 4$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^3 + 1} dx$.
- 5p a) Arătați că $I_2 = \frac{1}{3} \ln 2$.
- 5p b) Arătați că $I_{n+3} + I_n = \frac{1}{n+1}$ pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.