

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianța 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Se consideră numărul complex $z = 2 + i$. Calculați z^2 . |
| 5p | 2. Determinați numărul real m știind că punctul $M(m, 1)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x - 3) = 2$. |
| 5p | 4. Determinați numărul submulțimilor cu număr impar de elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4\}$. |
| 5p | 5. În dreptunghiul $ABCD$ se notează cu M mijlocul laturii AD . Arătați că $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AB}$. |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A . Arătați că $\sin B \cdot \cos C + \sin C \cdot \cos B = 1$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 2014 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | a) Calculați $\det A$. |
| 5p | b) Arătați că $A + A \cdot A = 2014I_2$. |
| 5p | c) Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația matriceală $A \cdot X = 2014I_2$. |
| | 2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 6X^2 + mX - 6$, unde m este număr real. |
| 5p | a) Calculați $f(0)$. |
| 5p | b) Arătați că $\frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_1x_3} + \frac{1}{x_2x_3} = 1$ știind că x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f . |
| 5p | c) Determinați numărul real m știind că rădăcinile polinomului f sunt trei numere întregi consecutive. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{(1-x)(1+x)}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f . |
| 5p | c) Determinați punctele de extrem ale funcției f . |
| | 2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$. |
| 5p | a) Arătați că $\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx = \ln 2$. |
| 5p | b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(-1, +\infty)$. |
| 5p | c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = n$, are aria mai mare sau egală cu $\ln 4$, pentru orice număr natural nenul n . |