

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică M_{mate-info}

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = 1 + 2i + 3i^2$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x - 5$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-x} = 3^{2x}$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 0, 1, 2 și 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC} = (m+1)\vec{i} + 4\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numărul real m știind că $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 3$ și $BC = 3\sqrt{2}$. Determinați $\cos C$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ 2x^2 - 2x & 4x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A(x+y) = A(x) \cdot A(y)$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x știind că $A(x^2 + 2) = A(x) \cdot A(x) \cdot A(x)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + aX - 2$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(2) = 2(a-3)$.
- 5p b) Determinați numărul real a știind că polinomul f este divizibil prin $X^2 - X + 1$.
- 5p c) Pentru $a = 3$, rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(2^x) = 0$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{xe^x}{x+2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 2)e^x}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că ecuația $f(x) = 1$ are cel puțin o soluție în intervalul $(1, 2)$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^n} dx$.
- 5p a) Arătați că $I_1 = 1 - \ln 2$.
- 5p b) Arătați că $I_{n+1} \leq I_n$ pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.