

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Barem de evaluare și de notare

Varianța 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z^2 = (1+i)^2 = 1+2i+i^2 =$ $= 2i$	2p 3p
2.	$\Delta = 16 - 24 = -8$ $\Delta < 0$, deci parabola asociată funcției f nu intersectează axa Ox	3p 2p
3.	$2x - 3 = x + 1$ $x = 4$ care verifică ecuația	2p 3p
4.	Sunt 45 de numere impare de două cifre, deci sunt 45 de cazuri favorabile Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$	2p 1p 2p
5.	$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} =$ $= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0}$	2p 3p
6.	$\frac{\sin a - \cos a}{\cos a + \sin a} = \frac{\cos a \left(\frac{\sin a}{\cos a} - 1 \right)}{\cos a \left(1 + \frac{\sin a}{\cos a} \right)} = \frac{\operatorname{tga} - 1}{1 + \operatorname{tga}} =$ $= \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 + 2 + 2 - 1 - 4 - 1 = -1$	2p 3p
b)	$\det(A(m)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & 2 & m \end{vmatrix} = m^2 - 2m$ $m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m_1 = 0 \text{ și } m_2 = 2$	3p 2p
c)	$A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a+3 & a+3 \\ a+3 & a^2+5 & 4a+1 \\ a+3 & 4a+1 & a^2+5 \end{pmatrix}, A(a^2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & 2 \\ 1 & 2 & a^2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & a+2 & a+2 \\ a+2 & 5 & 4a-1 \\ a+2 & 4a-1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \\ 1 & -5 & 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = -1$	3p 2p

2.a)	$1 \cdot 3 = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 3 - 1 \cdot 3 - 6 =$ $= 3$	3p 2p
b)	$x \cdot y = 3 - xy + 3x + 3y - 9 =$ $= 3 - x(y - 3) + 3(y - 3) = 3 - (x - 3)(y - 3)$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$3 - (x - 3)^{2014} = x$ $x_1 = 3$ și $x_2 = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(x-2)'(x^2-4x+5) - (x-2)(x^2-4x+5)'}{(x^2-4x+5)^2} =$ $= \frac{-x^2+4x-3}{(x^2-4x+5)^2} = \frac{(1-x)(x-3)}{(x^2-4x+5)^2}, x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2-4x+5} = 0$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$ și $x_2 = 3$ $f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in (-\infty, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, 1]$ $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [1, 3] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, 3]$ $f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in [3, +\infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[3, +\infty)$	2p 1p 1p 1p
2.a)	$I_1 = \int_1^e x \ln x \, dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x \, dx =$ $= \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2+1}{4}$	3p 2p
b)	$I_{n+1} - I_n = \int_1^e x(\ln x - 1) \ln^n x \, dx$ Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ și $x \in [1, e]$ avem $\ln x \geq 0$ și $\ln x - 1 \leq 0 \Rightarrow I_{n+1} \leq I_n$	2p 3p
c)	$I_{n+1} = \int_1^e x \ln^{n+1} x \, dx = \frac{x^2}{2} \ln^{n+1} x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} (n+1) \ln^n x \, dx =$ $= \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} \int_1^e x \ln^n x \, dx \Rightarrow 2I_{n+1} + (n+1)I_n = e^2$ pentru orice număr natural nenul n	3p 2p