

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 1 + i$. Calculați z^2 .
- 5p 2. Arătați că parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 6$ **nu** intersectează axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x - 3) = \log_2(x + 1)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie impar.
- 5p 5. În triunghiul ABC punctele M, N și P sunt mijloacele laturilor AB, BC și, respectiv, AC . Arătați că $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.
- 5p 6. Știind că $\operatorname{tg} a = \sqrt{3}$ și $a \in \mathbb{R}$, arătați că $\frac{\sin a - \cos a}{\cos a + \sin a} = 2 - \sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 2 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -1$.
- 5p b) Determinați numerele reale m știind că $\det(A(m)) = 0$.
- 5p c) Determinați numerele reale a astfel încât $A(a) \cdot A(a) - A(a^2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \\ 1 & -5 & 5 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3x + 3y - xy - 6$.
- 5p a) Calculați $1 * 3$.
- 5p b) Arătați că $x * y = 3 - (x - 3)(y - 3)$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 2014 \text{ ori}} = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 5}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(1 - x)(x - 3)}{(x^2 - 4x + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_1^e x \ln^n x \, dx$.
- 5p a) Arătați că $I_1 = \frac{e^2 + 1}{4}$.
- 5p b) Arătați că $I_{n+1} \leq I_n$ pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Demonstrați că $2I_{n+1} + (n + 1)I_n = e^2$ pentru orice număr natural nenul n .