

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(z-1)^2 = i^2 = -1$	2p
		3p
2.	$x_1 + x_2 = 5$ $x_1 \cdot x_2 = 3 \Rightarrow 3(x_1 + x_2) - 4x_1x_2 = 3 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = 3$	2p
		3p
3.	$(2^x - 1)(2^x - 2) = 0 \Leftrightarrow 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 2$ $x = 0 \text{ sau } x = 1$	3p
		2p
4.	Sunt 7 numere de două cifre care sunt divizibile cu 13, deci sunt 7 cazuri favorabile Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{7}{90}$	2p
		1p
		2p
5.	Panta paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $m = 3$ Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y = 3x - 3$	3p
		2p
6.	$\sin C = \frac{1}{2}$ $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = 12$	2p
		3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & a+1 \\ 2 & a+2 & a+3 \end{vmatrix} =$ $= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & a+1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$	2p
		3p
b)	$2A(n^2) - A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2n^2 - n & 2n^2 - n + 1 \\ 2 & 2n^2 - n + 2 & 2n^2 - n + 3 \end{pmatrix}, A(6) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ $2n^2 - n - 6 = 0 \Rightarrow n = -\frac{3}{2} \notin \mathbb{N}, n = 2 \in \mathbb{N}$	3p
		2p

c)	Pentru $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, avem $A(2015) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2015y + 2016z = 0 \\ 2x + 2017y + 2018z = 0 \end{cases}$	2p
	Determinantul sistemului omogen este egal cu 0 $\Rightarrow$ sistemul are o infinitate de soluții, deci există o infinitate de matrice X	3p
2.a)	$f = X^3 + 2X - 3$	2p
	$f(1) = 1 + 2 - 3 = 0$	3p
b)	$f = X^3 + mX - 3$ este divizibil cu $X + 1 \Leftrightarrow f(-1) = 0$	2p
	$m = -4$	3p
c)	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m < 0 \Rightarrow f$ are cel puțin o rădăcină din $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$	2p
	$f \in \mathbb{R}[X] \Rightarrow f$ are două rădăcini conjugate din $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, care au modulele egale	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{e^x - x - (x+1)(e^x - 1)}{(e^x - x)^2} =$	2p
	$= \frac{1 - xe^x}{(e^x - x)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$y - f(0) = f'(0)(x - 0)$	2p
	$f(0) = 1, f'(0) = 1$, deci ecuația tangentei este $y = x + 1$	3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1}{e^{-x} + x} =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{1 - e^{-x}} = -1$	3p
2.a)	$\int_0^2 f^2(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} \Big _0^2 =$	3p
	$= \frac{1}{2} (\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 0) = \frac{\pi}{8}$	2p
b)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$	2p
	$F'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}} > 0$ pentru orice număr real x , deci F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	3p
c)	$I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{x^2 + 4}} dx = x^{n-1} \sqrt{x^2 + 4} \Big _0^1 - (n-1) \int_0^1 x^{n-2} \sqrt{x^2 + 4} dx = \sqrt{5} - (n-1) \int_0^1 \frac{x^{n-2}(x^2 + 4)}{\sqrt{x^2 + 4}} dx =$	3p
	$= \sqrt{5} - (n-1)I_n - 4(n-1)I_{n-2} \Rightarrow nI_n = \sqrt{5} - 4(n-1)I_{n-2}$ pentru orice număr natural $n, n \geq 3$	2p