

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 1 + i$. Calculați $(z - 1)^2$.
- 5p 2. Arătați că $3(x_1 + x_2) - 4x_1x_2 = 3$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 3 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 3x + 4$ și punctul $A(1, 0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AB = 12$ și $C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & a+1 \\ 2 & a+2 & a+3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(a))$.
- 5p b) Determinați numărul natural n , știind că $2A(n^2) - A(n) = A(6)$.
- 5p c) Arătați că există o infinitate de matrice $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ care verifică relația $A(2015) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX - 3$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 2$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real m , știind că polinomul f este divizibil cu $X + 1$.
- 5p c) Arătați că, pentru orice număr real strict pozitiv m , polinomul f are două rădăcini de module egale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{e^x - x}$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$.
- 5p a) Calculați $\int_0^2 f^2(x) dx$.
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe $\mathbb{R}$.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$. Arătați că $nI_n = \sqrt{5} - 4(n-1)I_{n-2}$ pentru orice număr natural n , $n \geq 3$.