

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianța 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (1 - 3i) =$ $= 3$, care este număr real	3p 2p
2.	$g(1) = 3$ $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(3) = 2$	2p 3p
3.	$4^x = 4^3$ $x = 3$	2p 3p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Sunt 13 numere naturale de două cifre care sunt divizibile cu 7, deci sunt 13 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{13}{90}$	1p 2p 2p
5.	Dreapta paralelă cu dreapta d are panta egală cu 4 Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y = 4x - 8$	2p 3p
6.	$\sin(\pi - x) \sin x - \cos(\pi - x) \cos x = -\cos(\pi - x + x) =$ $= -\cos \pi = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 + 0 + 0 - 1 - 0 - 0 = 0$	2p 3p
b)	$A \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 0 & 2x & 0 \\ x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \end{pmatrix}, B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ 2x & 0 & 2x \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix}$ $A \cdot B(x) + B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 3x & 0 \\ 3x & 0 & 3x \\ 0 & 3x & 0 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 0 & x \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix} = 3B(x)$, pentru orice număr real x	2p 3p
c)	$B(x)B(x)B(x) = \begin{pmatrix} 0 & 2x^3 & 0 \\ 2x^3 & 0 & 2x^3 \\ 0 & 2x^3 & 0 \end{pmatrix}$ și $B(x^2 + x - 2) = \begin{pmatrix} 0 & x^2 + x - 2 & 0 \\ x^2 + x - 2 & 0 & x^2 + x - 2 \\ 0 & x^2 + x - 2 & 0 \end{pmatrix}$ $2x^3 = x^2 + x - 2, x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x = -1$	3p 2p
2.a)	$f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + m =$ $= 0 - 0 + 0 + m = m$	3p 2p

b)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 2, x_1x_2x_3 = 1$	3p
	$(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)(x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2)}{x_1x_2x_3} = \frac{2 \cdot 2}{1} = 4$	2p
c)	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$	2p
	Dacă polinomul f ar avea toate rădăcinile reale, am obține $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, contradicție cu $x_1 + x_2 + x_3 = 2$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x-1)(x^2+x+1) - (2x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+x+1)^2} =$	3p
	$= \frac{2x^2-2}{(x^2+x+1)^2} = \frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+x+1)^2}, x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$f(0) = 1, f'(0) = -2$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 1$	3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2x}{x^2 + x + 1} \right)^x =$	2p
	$= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2}{x^2 + x + 1}} = e^{-2}$	3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) + 2x) dx = \int_0^1 e^x dx =$	2p
	$= e^x \Big _0^1 = e - 1$	3p
b)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = e^x - x^2 + c, \text{ unde } c \in \mathbb{R}$	2p
	$F(1) = e - 3 \Rightarrow c = -2, \text{ deci } F(x) = e^x - x^2 - 2$	3p
c)	$V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 (e^x - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (e^{2x} - 4xe^x + 4x^2) dx =$	2p
	$= \pi \left(\frac{1}{2} e^{2x} - 4(x-1)e^x + 4 \frac{x^3}{3} \right) \Big _0^1 = \frac{\pi(3e^2 - 19)}{6}$	3p