

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 + 3i$ și $z_2 = 1 - 3i$. Arătați că numărul $z_1 + z_2$ este real.
- 5p** 2. Calculați $(f \circ g)(1)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 64 = 0$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 7.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 4x + 1$ și punctul $A(2, 0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d .
- 5p** 6. Arătați că $\sin(\pi - x)\sin x - \cos(\pi - x)\cos x = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 0 & x \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot B(x) + B(x) \cdot A = 3B(x)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $B(x) \cdot B(x) \cdot B(x) = B(x^2 + x - 2)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 2X + m$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(0) = m$.
- 5p** b) Pentru $m = -1$, demonstrați că $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = 4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Arătați că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2 + x + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))^x$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 2x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + 2x) dx = e - 1$.
- 5p** b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = e - 3$.
- 5p** c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, este egal cu $\frac{\pi}{6}(3e^2 - 19)$.