

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{10} = 5$.
- 5p 2. Calculați $f(-2) + f(2)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} = 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să fie multiplu de 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $M(0,4)$ și $N(4,0)$. Arătați că triunghiul MON este isoscel.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AB=10$ și $AC=12$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A + I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Demonstrați că $\det(A - aI_2) \geq 1$, pentru orice număr real a .
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 + X + 5$.
- 5p a) Arătați că $f(-5) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 6X + 5$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{x_3}{x_1x_2} + \frac{x_2}{x_1x_3} + \frac{x_1}{x_2x_3} = -\frac{23}{5}$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $0 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) - \sqrt{x}) dx = \frac{26}{3}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2015$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (f(x) - \sqrt{x})e^x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$, are aria egală cu $e(2e-1)$.