

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Calculați $(2 - 3i)(2 + 3i)$, unde $i^2 = -1$.
5p	2. Calculați $f(f(3))$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 + 17) = \log_3 81$.
5p	4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, a)$, $B(3, 2)$ și $C(2, 1)$. Determinați numărul real a pentru care punctele A , B și C sunt coliniare.
5p	6. Se consideră $E(x) = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 2a & 4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	a) Arătați că $A(1) + A(-1) = 2A(0)$.
5p	b) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.
5p	c) Rezolvați în mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $A(2) \cdot X = A(8)$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.
5p	a) Arătați că $(-3) \circ 3 = 3$.
5p	b) Arătați că $x \circ y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
5p	c) Calculați $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2015}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3e^x + x^2$.
5p	a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 3$.
5p	b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
5p	c) Arătați ca funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.
	2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
5p	a) Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = 4$.
5p	b) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) e^x dx = e^2$.
5p	c) Determinați numărul real a , $a > 1$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = a$, are aria egală cu $4 + \ln a$.