

Examenul de bacalaureat național 2015

**Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$**

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} = 1$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x + 2015$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = 2$.
- 5p 4. După o reducere cu 10% un obiect costă 99 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de reducere.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,1)$ și $N(4,1)$. Determinați lungimea segmentului MN .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{4}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A = xA$.
- 5p c) Arătați că $\det(A + I_2) + \det(A - I_2) = 2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = -2$.
- 5p b) Arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $X + 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_3 x_1} = a(x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1)$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(3) = 5$.
- 5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$, are aria egală cu $3e - 4$.