

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_2 = 5$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(3,5)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a - x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^{4-x} = 2^{2x+2}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(1,1)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și are panta egală cu 2.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $AC = 12$ și $BC = 13$. Arătați că $\sin C = \frac{5}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p b) Arătați că $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x , știind că $A(x)A(x)A(x) = A(7)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(0) = m$.
- 5p b) Pentru $m = 1$, arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numărul natural prim m , știind că polinomul f are o rădăcină întreagă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că derivata funcției f este descrescătoare pe $\mathbb{R}$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.
- 5p c) Determinați numărul natural nenul n , știind că $\int_1^e \frac{1}{x} (f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$.