

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al doilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și rația $r = 2$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(m, 0)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + 4) = \log_2 8$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + 4\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Arătați că $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, știind că $\sin x = \frac{1}{2}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3 \\ a-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $A(2014) + A(2016) = 2A(2015)$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) = 0$.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(2) + xA(3)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -xy - x - y - 2$.
- 5p a) Arătați că $(-1) * 1 = -1$.
- 5p b) Arătați că $x * y = -(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x+2) * (2x-3) = 5$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 4x(x-2)(x+2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^4}{x^2 + 1}$.
- 5p c) Determinați coordonatele punctelor situate pe graficul funcției f , în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 x f(x) dx = \frac{7}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x + 2 \ln x + 2015$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (f(x) - 1) \ln x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$ are aria egală cu 1.