

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 2015$.
- 5p 2. Determinați valoarea maximă a funcției $f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 - 8x) = \log_3 9$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 3)$, $B(6, 3)$ și $C(4, 0)$. Determinați coordonatele punctului D , știind că $ABCD$ este paralelogram.
- 5p 6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC în care $AB = 1$, $B = \frac{\pi}{3}$ și $C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a+1 \\ 0 & 1 & a+2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Determinați numerele reale a , știind că $A^2(a) - 2A(a) + I_3 = O_3$, unde $A^2(a) = A(a)A(a)$.
- 5p c) Arătați că $A(2) + A(4) + A(6) + \dots + A(100) = 50A(51)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 2$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(0) = 2$.
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care $x_1 = x_2 + x_3$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = 8$, arătați că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 - 6x + 9)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $e^x(x-3)^2 \leq 4e$, pentru orice $x \in (-\infty, 3]$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 (1-x^3)^n dx$.
- 5p a) Arătați că $I_1 = \frac{3}{4}$.
- 5p b) Arătați că $I_{n+1} \leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Demonstrați că $I_{n+1} = \frac{3(n+1)}{3n+4} I_n$, pentru orice număr natural nenul n .