

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{2} - 3)^2 + (\sqrt{2} + 3)^2 = 22$.
- 5p 2. Calculați produsul $f(-1)f(0)f(1)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 - 6x + 6) = \log_3 1$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale pare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 5, 7, 8 și 9.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 0)$ și $B(1, 2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul O și este paralelă cu dreapta AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 + x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x)A(y) = A(x + y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real a , $a \neq -1$, știind că $A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right)A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdots A\left(\frac{1}{2016 \cdot 2017}\right) = A\left(\frac{a}{a+1}\right)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 + mX^2 + 2$, unde m este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real m , știind că $f(1) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) = 0$, pentru orice număr real m , unde x_1, x_2, x_3 și x_4 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = 3$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice număr real a , $a \in (-1, 1)$, ecuația $f(x) = a$ are soluție unică.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x - 1)$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 f(x)e^{-x} dx = 0$.

- 5p** | **b)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$ are aria egală cu e .
- 5p** | **c)** Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-n}^1 (f(x) + e^x) dx = 0$.