

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 1 - i$. Arătați că $z^2 = -2i$.
- 5p 2. Calculați $(g \circ f)(0)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2016$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 2016$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-3x} = 3^{x-4}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, acesta să fie pătrat perfect.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinați ecuația dreptei d , care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 3x - 2016$.
- 5p 6. Determinați aria triunghiului ABC , știind că $AB = 6$, $AC = 4$ și $A = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 4$.
- 5p b) Demonstrați că $A(1+m) + A(1-m) = 2A(1)$, pentru orice număr real m .
- 5p c) Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -3xy + 9x + 9y - 24$.
- 5p a) Arătați că $x * y = -3(x-3)(y-3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $(x * x) * x = 12$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3\ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{3(x^3 - 1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+3}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (x^2 + 3x + 3) f(x) dx = 6$.
- 5p b) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 3$ are aria egală cu $\ln 7$.
- 5p c) Demonstrați că $\int_{-1}^0 f'(x) f(x) dx = 0$.