

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real a , știind că numerele 24, 1020 și a sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + m$ este tangentă axei Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} = 27$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{25}\}$, acesta să fie număr rațional.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 1)$, $B(-2, -1)$ și $C(2, 3)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta BC .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC , în care $m(\sphericalangle A) = 45^\circ$ și $BC = 2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + ay + a^2z = 0 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - az = -4 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = -1$.
- 5p b) Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a , $a \neq -1$ și $a \neq \frac{1}{3}$.
- 5p c) Determinați numerele reale a , pentru care sistemul are soluție unică (x_0, y_0, z_0) , iar $x_0 = y_0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$.
- 5p a) Arătați că $x * y = 2 - (x - 2)(y - 2)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale x , pentru care $x * x = 1$.
- 5p c) Demonstrați că, dacă m , n și p sunt numere întregi astfel încât $m * n * p = 2$, atunci produsul numerelor m , n și p este divizibil cu 2.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \ln x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are soluție unică în intervalul $(0, 1)$.

2. Pentru fiecare număr natural n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{x+3} dx$.

5p a) Arătați că $I_0 = 1 + 3\ln \frac{3}{4}$.

5p b) Demonstrați că $I_{n+1} + 3I_n = \frac{1}{n+2}$, pentru orice număr natural n .

5p c) Arătați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n = \frac{1}{4}$.