

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al doilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 4$ și rația $q = 2$.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x+1) = \log_3 5$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. Determinați numărul real m , știind că punctul $M(1, 0)$ aparține dreptei de ecuație $y = mx - 2$.
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , în care $AB = \sqrt{2}$ și $C = \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2-a & 1 \\ 1 & 2-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Determinați numărul real x , știind că $A(x)A(x) = 2A(1)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 4$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(-1) + f(1) = 0$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Pentru $m = -1$, arătați că polinomul f se divide cu polinomul $X^2 - 1$.
- 5p c) Determinați numărul real m , știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = 0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(e) < \frac{7}{2}$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 x^2 f(x) dx = e(e-1)$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $[2, +\infty)$.
- 5p c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$ are aria mai mică sau egală cu $e(e-1)$.