

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z_1 z_2 + 2z_1 + z_2 = (2 + 3i)(4 - 6i) + 2(2 + 3i) + 4 - 6i =$ $= 8 - 12i + 12i - 18i^2 + 4 + 6i + 4 - 6i = 34$, care este număr real	2p 3p
2.	$g(0) = 1$ $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(1) = 1$	2p 3p
3.	$x^2 - 4 = 5x - 8 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$ $x = 1$, care nu verifică ecuația; $x = 4$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Sunt 13 numere naturale de două cifre, multipli de 7, deci sunt 13 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{13}{90}$	1p 2p 2p
5.	Dreapta paralelă cu dreapta d are panta egală cu 3 Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y = 3x - 3$	2p 3p
6.	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x - x\right) =$ $= \cos\frac{\pi}{2} = 0$, pentru orice număr real x	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 4$	2p 3p
b)	$A(x) + B(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(x) + B(x)) = \begin{vmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2x^2 - 4x^2 =$ $= -2x^2 = \det(B(x))$, pentru orice număr real x	3p 2p
c)	$A(n)B(p) = \begin{pmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & p \\ 0 & p & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & np \\ 0 & np & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B(3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A(n)B(p) = B(3) \Leftrightarrow np = 3$ și, cum n și p sunt numere naturale, obținem $n = 1$, $p = 3$ sau $n = 3$, $p = 1$	2p 3p
2.a)	$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^3 + a \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 3 = 0$ $a = -12$	2p 3p

b)	$a = 6 \Rightarrow f = X^3 + 6X^2 + 8X + 3$ și câtul este $X + 1$ Restul este 0	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -a$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 8 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = a^2 - 16$ Pentru $a \in (-4, 4)$, obținem $a^2 - 16 < 0$, deci $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 0$, adică polinomul f nu are toate rădăcinile reale	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^{2018})' + (2018x)' + 2' =$ $= 2018x^{2017} + 2018 = 2018(x^{2017} + 1), x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = 2018x + 2$ $2020 = 2018a + 2 \Leftrightarrow a = 1$	3p 2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ Cum $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $f(-1) = -2015$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, ecuația $f(x) = 0$ are exact două soluții reale distincte	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} + 1 + 2 = \frac{10}{3}$	3p 2p
b)	$I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^{n+1} + 2x^n + 2x^{n-1}}{x^2 + 2x + 2} dx =$ $= \int_0^1 \frac{x^{n-1}(x^2 + 2x + 2)}{x^2 + 2x + 2} dx = \int_0^1 x^{n-1} dx = \frac{x^n}{n} \Big _0^1 = \frac{1}{n}$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$	2p 3p
c)	$I_{n+1} - I_n = \int_0^1 \frac{x^n(x-1)}{x^2 + 2x + 2} dx \leq 0$, deci $I_{n+1} \leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n $5I_{n+1} \leq I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} \leq 5I_{n-1} \Rightarrow 5I_{n+1} \leq \frac{1}{n} \leq 5I_{n-1}$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$ Pentru orice număr natural n , $n \geq 2$, $\frac{n}{5(n+1)} \leq nI_n \leq \frac{n}{5(n-1)}$, deci $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n = \frac{1}{5}$	1p 2p 2p