

**Examenul de bacalaureat național 2017**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|           |                                                                                                                                                                                                                                                         |                                     |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>1.</b> | $z^2 + 2i = (1 - i)^2 + 2i = 1 - 2i + i^2 + 2i = 1 - 1 = 0$                                                                                                                                                                                             | <b>2p</b><br><b>3p</b>              |
| <b>2.</b> | $f(0) = 2017$<br>$(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(2017) = 0$                                                                                                                                                                                               | <b>2p</b><br><b>3p</b>              |
| <b>3.</b> | $x^2 - 3x = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$<br>$x = 2$                                                                                                                                                                                          | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>4.</b> | Mulțimea $M$ are 100 de elemente, deci sunt 100 de cazuri posibile<br>În mulțimea $M$ sunt 10 pătrate perfecte, deci sunt 10 cazuri favorabile<br>$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ | <b>1p</b><br><b>2p</b><br><b>2p</b> |
| <b>5.</b> | Panta unei perpendiculare pe dreapta $d$ este egală cu $-1$<br>Ecuația dreptei care trece prin punctul $A$ și este perpendiculară pe dreapta $d$ este $y = -x + 1$                                                                                      | <b>2p</b><br><b>3p</b>              |
| <b>6.</b> | $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 6$                                                                                                                                   | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                             |                        |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $A(0) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 2 - (-2) = 4$                                                                                                                            | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $A(1+m) + A(1-m) = \begin{pmatrix} 1+m-1 & -1 \\ 2 & 1+m-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-m-1 & -1 \\ 2 & 1-m-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 2A(1)$ , pentru orice număr real $m$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\det(A(m)) = \begin{vmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{vmatrix} = m^2 - 3m + 4$<br>Pentru orice număr real $m$ , $m^2 - 3m + 4 \neq 0$ , deci matricea $A(m)$ este inversabilă                                                                                              | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $x * y = -3xy + 9x + 9y - 27 + 3 = -3x(y-3) + 9(y-3) + 3 = -3(x-3)(y-3) + 3$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$                                                                                                                                                         | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $(x * y) * z = (-3(x-3)(y-3) + 3) * z = 9(x-3)(y-3)(z-3) + 3$<br>$x * (y * z) = x * (-3(y-3)(z-3) + 3) = 9(x-3)(y-3)(z-3) + 3 = (x * y) * z$ , pentru orice numere reale $x$ , $y$ și $z$ , deci legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă                                | <b>2p</b><br><b>3p</b> |

|    |                                                                           |    |
|----|---------------------------------------------------------------------------|----|
| c) | $(x * x) * x = 9(x - 3)^3 + 3$                                            | 2p |
|    | $9(x - 3)^3 + 3 = 12 \Leftrightarrow (x - 3)^3 = 1 \Leftrightarrow x = 4$ | 3p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                              |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.a) | $f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x} = \frac{3x^3 - 3}{x} =$                                                          | 3p |
|      | $= \frac{3(x^3 - 1)}{x} = \frac{3(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x}, x \in (0, +\infty)$                               | 2p |
| b)   | $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^3 - 3 \ln x) = +\infty$                             | 2p |
|      | Dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției $f$                                 | 3p |
| c)   | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$                                                                            | 1p |
|      | $x \in (0, 1] \Rightarrow f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $(0, 1]$                           | 1p |
|      | $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$                  | 1p |
|      | Cum $f(1) = 1$ , obținem $f(x) \geq 1$ , pentru orice $x \in (0, +\infty)$                                   | 2p |
| 2.a) | $\int_1^2 (x^2 + 3x + 3) f(x) dx = \int_1^2 (2x + 3) dx = (x^2 + 3x) \Big _1^2 =$                            | 3p |
|      | $= 10 - 4 = 6$                                                                                               | 2p |
| b)   | $\mathcal{A} = \int_0^3  f(x)  dx = \int_0^3 \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 3} dx = \ln(x^2 + 3x + 3) \Big _0^3 =$ | 3p |
|      | $= \ln 21 - \ln 3 = \ln 7$                                                                                   | 2p |
| c)   | $\int_{-1}^0 f'(x) f(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big _{-1}^0 =$                                              | 3p |
|      | $= \frac{1}{2} (f^2(0) - f^2(-1)) = \frac{1}{2} (1 - 1) = 0$                                                 | 2p |