

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma numerelor întregi din intervalul $(-5, 5)$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Calculați $(f \circ f)(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3} = x - 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, acesta să fie multiplu de 11.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2, 2)$ și $N(4, 2)$. Determinați coordonatele punctului P , situat pe axa Ox , astfel încât $PM = PN$.
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC , în care $AB = 6\sqrt{2}$ și $C = \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 4^x \\ 1 & x & 2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(x)) = (2^x - 1)(2^x + x - x \cdot 2^x)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Arătați că $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(2017) = \begin{pmatrix} 2017 & 2017 & 2017 \\ 2017 & 2(2^{2017} - 1) & \frac{4}{3}(4^{2017} - 1) \\ 2017 & 2017 \cdot 1009 & 2017 \cdot 2018 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 7xy + 7x + 7y + 6$.
- 5p a) Arătați că $x * y = 7(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x$.
- 5p c) Demonstrați că, dacă a , b și c sunt numere naturale astfel încât $a * b * c = 48$, atunci numerele a , b și c sunt egale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{e^x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = -1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $-2e \leq f(x) \leq \frac{6}{e^3}$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x+1)^2}$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{x+1}{\sqrt{x}} f(x) dx = \ln \frac{3}{2}$.

5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.

5p c) Determinați numărul real m , $m > 0$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x}(x+1)f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$ are aria egală cu $1 - \ln \frac{m+1}{m}$.