

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (3 - 2i) = 6$, care este număr real	2p 3p
2.	$f(2) = m \Leftrightarrow 4 - 3 = m$ $m = 1$	3p 2p
3.	$3^{3x-5} = 3^{-2} \Leftrightarrow 3x - 5 = -2$ $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea A are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri posibile În mulțimea A , multiplii de 5 sunt numerele 5, 10, 15 și 20, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	2p 2p 1p
5.	Ecuția dreptei AB este $y = 2x + 1$ $C \in AB \Leftrightarrow 1 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = 0$	3p 2p
6.	$E\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} =$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 0 + 3 - 0 - 0 - 2 = 1$	2p 3p
b)	$A(x) + A(x+2) = \begin{pmatrix} x & x+1 & 1 \\ 2 & x & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x+2 & x+3 & 1 \\ 2 & x+2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+2 & 2x+4 & 2 \\ 4 & 2x+2 & 2 \\ 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $2A(2) = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, deci $x = 1$	2p 3p
c)	Punctele $M(n, n+1)$, $N(2, n)$ și $P(3, 0)$ sunt coliniare $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} n & n+1 & 1 \\ 2 & n & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $n^2 - 2n + 1 = 0$, deci $n = 1$	2p 3p
2.a)	$f(1) = 1^3 + a \cdot 1^2 + 1 - 1 = a + 1$ $f(-1) = (-1)^3 + a \cdot (-1)^2 + (-1) - 1 = a - 3 \Rightarrow f(1) - f(-1) = a + 1 - a + 3 = 4$, pentru orice număr real a	2p 3p

b)	$f = X^3 + 2X^2 + X - 1$, câtul este $X + 1$ Restul este $-X - 2$	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -a$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 1$, $x_1x_2x_3 = 1$ $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = x_1x_2x_3 - 1 \Leftrightarrow -a + 1 = 1 - 1$, deci $a = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 1) \cdot 1}{(x-1)^2} =$ $= \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}, x \in (1, +\infty)$	3p 2p
b)	$f(2) = 3$, $f'(2) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$, adică $y = 3$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{e^x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{(x-1)(e^x + 1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x(x-1)} \cdot \frac{x}{e^x + 1} \right) =$ $= 1 \cdot 0 = 0, \text{ deoarece } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x(x-1)} = 1 \text{ și } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = \int_0^1 (e^x + 2x - 2x) dx = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 =$ $= e^1 - e^0 = e - 1$	3p 2p
b)	$g(x) = 2x \Rightarrow V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 4x^2 dx =$ $= 4\pi \cdot \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{4\pi}{3}$	3p 2p
c)	$\int_0^a x f(x) dx = \int_0^a x(e^x + 2x) dx = (x-1)e^x \Big _0^a + 2 \cdot \frac{x^3}{3} \Big _0^a = (a-1)e^a + 1 + \frac{2a^3}{3}$ $(a-1)e^a + 1 + \frac{2a^3}{3} = 1 + \frac{2a^3}{3} \Leftrightarrow (a-1)e^a = 0 \Leftrightarrow a = 1$	3p 2p