

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 3 + 2i$ și $z_2 = 3 - 2i$. Arătați că numărul $z_1 + z_2$ este real.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $M(2, m)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x-5} = 3^{-2}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, acesta să fie multiplu de 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 5)$, $B(1, 3)$ și $C(m, 1)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctul C aparține dreptei AB .
- 5p 6. Se consideră $E(x) = \cos \frac{x}{2} + \sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & x+1 & 1 \\ 2 & x & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Determinați numărul real x , pentru care $A(x) + A(x+2) = 2A(2)$.
- 5p c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(n, n+1)$, $N(2, n)$ și $P(3, 0)$. Determinați numărul natural n , știind că punctele M , N și P sunt coliniare.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + X - 1$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(1) - f(-1) = 4$, pentru orice număr real a .
- 5p b) Pentru $a = 2$, calculați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + X + 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = x_1x_2x_3 - 1$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{e^x + 1} = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = e - 1$.
- 5p b) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - e^x$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $\int_0^a x f(x) dx = 1 + \frac{2a^3}{3}$.