

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianța 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 2 + i$. Arătați că $z + \bar{z} + z\bar{z} = 9$, unde $\bar{z}$ este conjugatul lui z .
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(1, m)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(1 - \log_2 x)(2 - \log_2 x) = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 1)$, $B(3, 3)$ și $C(0, 2)$. Determinați lungimea medianei din C a triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x - (1 + \operatorname{ctg}^2 x) \sin^2 x = 0$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & a \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \\ -2x - y + 3z = 0 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(9)) = 0$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) Demonstrați că, dacă sistemul are soluția (x_0, y_0, z_0) , cu x_0, y_0 și z_0 numere reale nenule, atunci $-x_0 + y_0 + z_0 = 11(x_0 + y_0 + z_0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 7x + 7y + 42$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = (x + 7)(y + 7) - 7$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale x , știind că $x \circ x = x$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $2017^a \circ (-6) = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1-x+x\ln x}{x(1-x)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $x \ln x > x - 1$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 3x^2) dx = e - 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{4}$.
- 5p c) Determinați numărul natural nenul n , pentru care suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - e^x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = n$ are aria egală cu $n^2 - n + 1$.