

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 4$ și $a_2 = 7$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 4x + 1 = 0$. Arătați că $4x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 15.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(1,1)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctele A , B și C sunt coliniare.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4\sqrt{3}$, $AC = 4$ și $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x)A(y) = xyI_2$, pentru orice numere reale x și y , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $A(3^a)A(3^{a+1})A(3^{a+2}) = A(27)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 + 2X - 4$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 1$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 2$, atunci restul împărțirii lui f la $X + 3$ este egal cu -1 .
- 5p c) Determinați numărul real m , știind că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2017}{e^x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-(x+2016)}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe $[-2015, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx = \frac{4}{3}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f , știind că $F(1) = \frac{\pi}{4} + 1$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , știind că $\int_0^n x f(x) dx = \frac{1}{2} \ln 5$.