

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 5 + 2i$ și $z_2 = 3 - 3i$. Arătați că $3z_1 + 2z_2 = 21$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - x + 2$. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2+3} = 3 \cdot 3^{3x}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 3 și cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(2,4)$ și $C(m,0)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctele A , B și C sunt coliniare.
- 5p 6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC , știind că $AB = 4$, $AC = 8$ și $A = \frac{\pi}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & 0 & x-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2(1-x) & 0 & 2x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 2$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(x)A(-x)) \leq 0$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Arătați că, dacă numerele naturale m și n verifică relația $A(m)A(n) = A(2)$, atunci $m + n = 3$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + aX + 1$, unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a , știind că $f(1) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = 2$, calculați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + X + 1$.
- 5p c) Determinați numerele reale a pentru care rădăcinile polinomului f au modulele egale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 1 - \ln(x+2)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x - \frac{1}{x+2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este convexă pe $(-2, +\infty)$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_1^e x \ln^n x \, dx$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^e x \, dx = \frac{e^2 - 1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că $I_{n+1} \leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p c) Demonstrați că $2I_{n+1} + (n+1)I_n = e^2$, pentru orice număr natural nenul n .