

**Examenul de bacalaureat național 2017**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Variantă 10**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe  $z_1 = 2 + 3i$  și  $z_2 = 1 + 2i$ . Arătați că  $2z_1 - 3z_2 = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - 3mx + 2 = 0$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , știind că  $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1 = 0$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 6.
- 5p** 5. Determinați numărul real  $a$ , pentru care vectorii  $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$  și  $\vec{v} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$  sunt coliniari.
- 5p** 6. Arătați că  $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$ , pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(0)) = -1$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A(x)) \cdot \det(A(x+1)) = 12$ .
- 5p** c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  pentru care  $A(2) \cdot X = A(0)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $f(0) = -1$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2$ , pentru orice număr real  $m$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $m$  pentru care toate rădăcinile polinomului  $f$  sunt numere reale.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2e^x - x^2 - 2x - 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = 2(e^x - x - 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$ , în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că funcția  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+2)^n$ , unde  $n$  este număr natural nenul.
- 5p** a) Arătați că  $\int_{-2}^1 (x+2)^2 dx = 9$ .
- 5p** b) Pentru  $n=1$ , arătați că  $\int_0^1 f(x)e^x dx = 2e - 1$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul  $n$  pentru care suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = -1$  și  $x = 1$  are aria egală cu  $\frac{242}{n+1}$ .