

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_1 = a_3 - 2r = 10 - 6 = 4$	3p 2p
2.	$f(1) = 3 \Leftrightarrow 1 - m + 2m = 3$ $m = 2$	3p 2p
3.	$4^x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4^x = 4^{-1}$ $x = -1$	3p 2p
4.	Cifra unităților se poate alege în 2 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 3 moduri, deci se pot forma $3 \cdot 2 = 6$ numere	2p 3p
5.	$x_M = 3$ și $y_M = 3$, unde M este mijlocul segmentului AB $m_{AB} = -1 \Rightarrow m_{\text{mediatoare}} = 1$, deci ecuația mediatoarei segmentului AB este $y = x$	2p 3p
6.	$BC = 10$ $R = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(-2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(-2)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 5 = -4$	2p 3p
b)	$A(x) + A(-x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x+5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2x+5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$ $A(2017) + A(-2017) = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 10 & 2 \end{pmatrix} = A(x) + A(-x)$, pentru orice număr real x	3p 2p
c)	$A(0) \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+5q \\ 5p+q \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} p+5q \\ 5p+q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow p = q = 1$	3p 2p
2.a)	$x \circ y = xy + 6x + 6y + 36 - 6 = x(y+6) + 6(y+6) - 6 = (x+6)(y+6) - 6$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
b)	$x \circ (-5) = (x+6) \cdot (-5+6) - 6 = x$ $(-5) \circ x = (-5+6) \cdot (x+6) - 6 = x = x \circ (-5)$, pentru orice număr real x	2p 3p
c)	$(x+6)(-2017+6) - 6 = (2017+6)(-6+6) - 6$ $x+6 = 0 \Leftrightarrow x = -6$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{2}{x}\right)' + (\ln x)' =$ $= -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-2}{x^2}, \quad x \in (0, +\infty)$	2p 3p
b)	$f(1) = 2, \quad f'(1) = -1$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = -x + 3$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ $x \in (0, 2] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(0, 2]$ $x \in [2, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[2, +\infty)$ $f(x) \geq f(2)$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$ și, cum $f(2) = 1 + \ln 2$, obținem $\frac{2}{x} + \ln x \geq 1 + \ln 2$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	1p 1p 1p 2p
2.a)	$\int_1^2 2x f(x) dx = \int_1^2 2x \cdot \frac{x^2 + 2}{2x} dx = \int_1^2 (x^2 + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x\right) \Big _1^2 =$ $= \left(\frac{8}{3} + 4\right) - \left(\frac{1}{3} + 2\right) = \frac{13}{3}$	3p 2p
b)	$F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = \frac{x^2}{4} + \ln x + c, \text{ unde } c \in \mathbb{R}$ $F(1) = 1 \Rightarrow c = \frac{3}{4}$, deci $F(x) = \frac{x^2}{4} + \ln x + \frac{3}{4}$	3p 2p
c)	$2 \int_1^n (f(x) + x f'(x)) dx = 2 \int_1^n (x f(x))' dx = 2(x f(x)) \Big _1^n = (x^2 + 2) \Big _1^n =$ $= (n^2 + 2) - (1 + 2) = n^2 - 1, \text{ pentru orice număr natural } n, n \geq 2$	3p 2p