

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați primul termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 = 10$ și rația $r = 3$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale pare, de două cifre distincte, au cifrele elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$ și $B(2,4)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului dreptunghic ABC care are catetele $AB = 8$ și $AC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x+5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(-2)) = -4$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) + A(-x) = A(2017) + A(-2017)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele reale p și q , pentru care $A(0) \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = (x+6)(y+6) - 6$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Arătați că $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\frac{2}{x} + \ln x \geq 1 + \ln 2$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 2x f(x) dx = \frac{13}{3}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f , pentru care $F(1) = 1$.
- 5p c) Demonstrați că $2 \int_1^n (f(x) + x f'(x)) dx = n^2 - 1$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.