

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$25 - 40i + 16i^2 + 25 + 40i + 16i^2 =$ $= 50 + 32i^2 = 50 - 32 = 18$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$ $x = 2$ și $x = 4$	3p 2p
3.	$x^2 - x - 2 = (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 3x = 6$ $x = 2$, care convine	3p 2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele naturale de două cifre care au produsul cifrelor egal cu 9 sunt 19, 33 și 91, deci sunt 3 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$	2p 2p 1p
5.	$x_B = \frac{x_A + x_M}{2} \Rightarrow x_M = 2$ $y_B = \frac{y_A + y_M}{2} \Rightarrow y_M = 5$	3p 2p
6.	$\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin(\angle ABC) = 6 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ =$ $= 18 \cdot \frac{1}{2} = 9$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 1 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	2p 3p
b)	$A(x)A(y)A(z) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x \\ x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & y \\ y & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & z \\ z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & xy & 0 \\ 0 & 0 & xy \\ xy & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & z \\ z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} xyz & 0 & 0 \\ 0 & xyz & 0 \\ 0 & 0 & xyz \end{pmatrix} = xyz I_3$, pentru orice numere reale x, y și z	3p 2p

c)	$A(n)A(n) + A(n) + I_3 = \begin{pmatrix} 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \\ n^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & n \\ n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & n^2 & n \\ n & 1 & n^2 \\ n^2 & n & 1 \end{pmatrix}$ $\det(A(n)A(n) + A(n) + I_3) = \begin{vmatrix} 1 & n^2 & n \\ n & 1 & n^2 \\ n^2 & n & 1 \end{vmatrix} = n^6 - 2n^3 + 1 = (n^3 - 1)^2, \text{ care este pătratul}$ unui număr natural	2p 3p
2.a)	$f(2) = 0 \Leftrightarrow 2^4 + a \cdot 2^2 + 4 = 0$ $4a + 20 = 0 \Leftrightarrow a = -5$	3p 2p
b)	$f = X^4 - 5X^2 + 4$; câtul este $X^2 - X - 2$ Restul este 0	3p 2p
c)	$1 - a + 4 = 0 \Rightarrow a = 5$ $f = (X^2 + 1)(X^2 + 4)$, de unde obținem $x_1 = i$, $x_2 = -i$, $x_3 = 2i$ și $x_4 = -2i$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 1 \right) =$ $= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} \cdot \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(0) = 0, f'(0) = 1$ Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = x$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1}+x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(\sqrt{x^2+1}+x) = -\infty$	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 (e^x + 1) f(x) dx = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 =$ $= e^1 - e^0 = e - 1$	3p 2p
b)	$\int_{-1}^1 x(f(x) + f(-x)) dx = \int_{-1}^1 x \left(1 - \frac{1}{e^x+1} + 1 - \frac{1}{e^{-x}+1} \right) dx =$ $= \int_{-1}^1 x \left(2 - \frac{e^x+1}{e^x+1} \right) dx = \int_{-1}^1 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _{-1}^1 = 0$	2p 3p
c)	$\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{e^x+1} \right) dx = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx = \ln(e^x+1) \Big _0^1 = \ln \frac{e+1}{2}$ Cum $e < 3 \Rightarrow \frac{e+1}{2} < 2$, obținem $\mathcal{A} < \ln 2$	3p 2p