

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(5 - 4i)^2 + (5 + 4i)^2 = 18$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - x - 2} = x - 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 9.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,3)$. Determinați coordonatele punctului M , știind că punctul B este mijlocul segmentului AM .
- 5p 6. Calculați aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB = 6$, $BC = 3$ și $m(\angle ABC) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x \\ x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x)A(y)A(z) = xyz I_3$, pentru orice numere reale x , y și z .
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul $\det(A(n)A(n) + A(n) + I_3)$ este pătratul unui număr natural.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 + aX^2 + 4$, unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a , știind că $f(2) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = -5$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + X - 2$.
- 5p c) Determinați rădăcinile polinomului f , știind că $f(i) = 0$, unde $i^2 = -1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f , în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (e^x + 1) f(x) dx = e - 1$.

5p | **b)** Arătați că $\int_{-1}^1 x(f(x) + f(-x)) dx = 0$.

5p | **c)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ are aria mai mică decât $\ln 2$.