

**Examenul de bacalaureat național 2018**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                                              |          |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1. | $n(n+2) < 14$ și $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n=0$ sau $n=1$ sau $n=2$<br>Suma elementelor mulțimii este egală cu $0+1+2=3$ | 3p<br>2p |
| 2. | $b=1$<br>$a(x+1)+1=ax+1+2$ , pentru orice număr real $x \Rightarrow a=2$                                                     | 2p<br>3p |
| 3. | $(x+2)(x+8) > 0$<br>Mulțimea soluțiilor inecuației este $(-\infty, -8) \cup (-2, +\infty)$                                   | 2p<br>2p |
| 4. | Numărul submulțimilor ordonate cu două elemente din $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ este egal cu $A_5^2 =$<br>$= 20$                     | 3p<br>2p |
| 5. | $M(1,4)$ este mijlocul segmentului $BC$<br>Coordonatele simetricului punctului $A$ față de punctul $M$ sunt $x=2$ și $y=6$   | 2p<br>3p |
| 6. | $EF=3$<br>$\triangle DEF$ este dreptunghic în $E$ , deci $\sin D = \frac{3}{5}$                                              | 2p<br>3p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |          |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0+0+0-(-1)-(-1)-0 =$<br>$= 1+1=2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 3p<br>2p |
| b)   | $A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , $A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$<br>$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x=1, y=2$ | 2p<br>3p |
| c)   | $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = 2$<br>$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                                                   | 2p<br>3p |

|             |                                                                                                                                  |                        |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>2.a)</b> | $2 \circ 9 = 2^{2 \log_3 9} = 2^{2 \cdot 2} =$<br>$= 2^4 = 16$                                                                   | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $x^{2 \log_3 3} = 25 \Leftrightarrow x^2 = 25$<br>$x = -5$ care nu convine, $x = 5$ care convine                                 | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>c)</b>   | $x \circ y = x^{2 \log_3 y} = x^{\log_3 y^2} = (y^2)^{\log_3 x} =$<br>$= y^{2 \log_3 x} = y \circ x$ , pentru orice $x, y \in M$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                        |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $f'(x) = \frac{(e^x)' \cdot (x-1) - e^x \cdot (x-1)'}{(x-1)^2} =$<br>$= \frac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}, x \in (1, +\infty)$                                                                                                                                                                      | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$<br>$x \in (1, 2] \Rightarrow f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $(1, 2]$ și $x \in [2, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[2, +\infty)$                                                                                                      | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>c)</b>   | $f(x) \geq f(2)$ , pentru orice $x \in (1, +\infty)$<br>$f(2) = e^2$ , deci $\frac{e^x}{x-1} \geq e^2 \Leftrightarrow \frac{e^{x-2}}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow e^{x-2} - x + 1 \geq 0$ , pentru orice $x \in (1, +\infty)$                                                                                                | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = -\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{3}} =$<br>$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                               | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(-\cos x)' dx = -x \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx =$<br>$= -\frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2} + 0 \cdot \cos 0 + \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} g^2(x) dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx =$<br>$= \frac{\pi}{2} x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{\pi}{4} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi(\pi - 2)}{8}$                       | <b>2p</b><br><b>3p</b> |