

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $n = \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1) - 2\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2 - 6x + 5} = x - 1$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(3,0)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin mijlocul segmentului AO și este paralelă cu dreapta AB .
- 5p 6. Arătați că $(\sin x + 7 \cos x)^2 + (7 \sin x - \cos x)^2 = 50$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & m+1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(m) + A(-m) = 2A(0)$, pentru orice număr real m .
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X = A(5)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Arătați că $x \circ \left(-\frac{2}{3}\right) = x$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ (n-1) < 17$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{x - 2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$, $x \in (2, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f nu are puncte de inflexiune.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (e^x + 1) f(x) dx = 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 \frac{x}{f(x)} dx = \frac{3}{2}$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{e^x f(x)}$.