

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianța 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = 1 - 2i$. Arătați că $z^2 - 2z + 5 = 0$.
- 5p 2. Determinați numerele reale a și b , pentru care graficele funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = bx + 2$ se intersectează în punctul $M(2, 8)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(4x + 5) = 1 + \log_3(x + 3)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele pare.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 2)$, $B(4, 1)$ și $C(0, 8)$. Determinați lungimea segmentului CM , știind că M este simetricul punctului A față de punctul B .
- 5p 6. Calculați aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB = 6$, $AC = 10$ și $m(\angle BAC) = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ (a+1)x - y + z = 0 \\ x + y - az = 1 \end{cases}$ unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(M(-1)) = 0$.
- 5p b) Determinați numerele reale a pentru care $\det(M(a)) = 0$.
- 5p c) Determinați numerele reale a , știind că sistemul are soluție unică (x_0, y_0, z_0) și $2x_0 + y_0z_0 = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{1}{10}xy - (x + y) + 20$.
- 5p a) Demonstrați că $x * y = \frac{1}{10}(x - 10)(y - 10) + 10$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * x \leq \frac{101}{10}$.
- 5p c) Calculați $\log_2 1 * \log_2 2 * \log_2 3 * \dots * \log_2 2018$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 6\ln(x + 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{6x^3}{x+1}$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p b) Demonstrați că valoarea minimă a funcției f este 0.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(x)}}{x}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + x + 1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = \frac{11}{6}$.

5p | **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f are exact două puncte de inflexiune.

5p | **c)** Arătați că $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_0^t f(x) dx = 1$.