

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Variantă 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați al doilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 7$ și $a_3 = 15$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Determinați numerele naturale n , pentru care $f(n) < 8$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 1} = x + 1$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $d_1: y = \frac{x}{2} + 2$ și $d_2: y = (m - 3)x + 1$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare.
- 5p 6. Arătați că, dacă $\sin 2x = \frac{1}{2}$, atunci $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{3}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $X(a, b) = \begin{pmatrix} a & b \\ 9b & a \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $\det(X(3, 1)) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $X(a, b)X(c, d) = X(ac + 9bd, ad + bc)$, pentru orice numere reale a, b, c și d .
- 5p c) Determinați perechile de numere întregi (m, n) pentru care $\det(X(m, n)) = 1$.
2. Se consideră polinomul $f = 2X^3 - 4X^2 - 7X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 9$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu $X + \sqrt{2}$.
- 5p c) Determinați numărul real m , știind că suma a două rădăcini ale polinomului f este egală cu 1.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1)e^x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = xe^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\sqrt[n]{e} \leq \frac{n}{n-1}$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.
2. Se consideră funcția $f: [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{x-2}$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^3 f(x)\sqrt{x-2} dx = \frac{4}{3}$.
- 5p b) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x+2)}{x+2} \cdot \sqrt{e^x}$ este egal cu π .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_3^x f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{t-2}} dt}{x^2}$.