

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul complex z , știind că $2\bar{z} - z = 1 - 3i$, unde $\bar{z}$ este conjugatul lui z .
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 1$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m , știind că vârful parabolei asociate funcției f se află pe axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\lg x}{\lg(x+2)} = \frac{1}{2}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte și impare.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(-5, 2)$ și dreapta d de ecuație $y = x + 1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p 6. Arătați că $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(m) = \begin{pmatrix} 2m & 1 & 1 \\ 1 & 2m & 1 \\ 1 & 1 & 2m \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 2mx + y + z = -1 \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + 2mz = 1 \end{cases}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(M(0)) = 2$.
- 5p b) Determinați numerele reale m , știind că $\det(M(m)) = 0$.
- 5p c) Pentru $m = -1$, demonstrați că, dacă (a, b, c) este o soluție a sistemului, cel mult unul dintre numerele a , b și c este întreg.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4xy + 3x + 3y + \frac{3}{2}$.
- 5p a) Demonstrați că $x * y = 4\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(y + \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $x * x * x = -\frac{1}{2}$.
- 5p c) Determinați numerele reale a , știind că $f(x) * f(y) = f(x + y)$, pentru orice numere reale x și y , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ae^x - \frac{3}{4}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 8x^2 - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(4x-1)(4x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Demonstrați că punctul $A\left(\frac{2}{3}, 3\right)$ aparține tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$.

2. Se consideră funcția $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x+3}$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 (x+3) f(x) dx = 4$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 2 - 3 \ln \frac{4}{3}$.

5p c) Pentru fiecare număr natural n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 e^x (x+3)^n (f(x))^n dx$. Demonstrați că $I_n + 2nI_{n-1} = e \cdot 5^n - 3^n$, pentru orice număr natural n , $n \geq 1$.